תעודת זהות:

מספר מחברת:

סה"כ	5	4	3	2	1

מבחן מועד ב' - מודלים חישוביים, סמסטר ב' תשע"ה (2015)

בית הספר למדעי המחשב, אוניברסיטת תל-אביב

מרצים: פרופ' רונית רובינפלד, דר' יפתח הייטנר

מתרגלים: יובל מוסקוביץ', אורן זלצמן, דין דורון

9/8/15

הוראות

1. מומלץ לקרוא את כל ההנחיות והשאלות בתחילת המבחן, לפני תחילת כתיבת התשובות.
2. משך הבחינה – שלוש שעות.
3. חומר עזר מותר: שני דפי פוליו (דו צדדיים) בלבד עם שם התלמיד/ה.
4. **יש לענות על השאלות במקום המיועד לכך בטופס השאלון (טופס זה).** מחברות הבחינה לא ייקראו, וישמשו כטיוטה בלבד.
5. יש למלא בכל דף של השאלון מספר ת.ז. ומספר מחברת.
6. במבחן 5 שאלות.
   - הניקוד לכל שאלה מופיע לידה מספר השאלה. ציון המבחן ישוקלל לפי הנוסחא הבאה:
     - ציון שתי התשובות הטובות ביותר יוכפל ב 1.25
     - ציון התשובה הגרועה ביותר יוכפל ב 0.5

   - סימון "תשובה ריקה" יזכה בחלק (קטן) מהנקודות כמצוין ליד מספר השאלה.
   - יש לענות על השאלות במקום המיועד לכך בטופס השאלון.
   - יש לענות תשובות ברורות ענייניות ותמציתיות.
7. מותר להשתמש בכל טענה שהוכחה בכיתה (בהרצאה או בתרגול) בתנאי שמצטטים אותה במדויק. טענות אחרות (כאלה שהוכחו בספר, בתרגיל בית, בהרצאות מהסמסטר הקודם, וכו') יש להוכיח.
8. יש להניח $P \neq NP$, אלא אם מצוין אחרת.

בהצלחה!

תעודת זהות:

מספר מחברת:

שאלה 1 (20 נקודות).

אינני עונה על השאלה (תשובה ריקה) ☐ (5 נקודות)

א. (10 נק'). יהי D DFA בעל n מצבים. הוכח כי $L(D)$ אינה ריקה אם ורק אם D מקבל לפחות מילה אחת באורך קטן (ממש) מ- n.

ב. (10 נק'). יהא G דקדוק ח"ה בצורה הנורמלית של חומסקי (CNF) בעל n משתנים. הוכיחו: $L(G)$ אינסופית אם ורק אם קיימת $w \in L(D)$ כך ש- $2^n < |w| \leq 2 \cdot 2^n$.

תעודת זהות:

מספר מחברת:

תעודת זהות:

מספר מחברת:

שאלה 2 (20 נקודות).

אינני עונה על השאלה (תשובה ריקה) ☐ (5 נקודות)

נרצה להוכיח שהשפה $L_1 = \{a^n b a^n : n \geq 0\}$ אינה רגולרית ע"י שימוש בסגירות של שפות רגולריות וע"י שימשו בעובדה שהשפה $L_2 = \{0^n 1^n : n \geq 0\}$ אינה רגולרית.

א. (7 נק'). נסתכל על ההומומורפיזם $h: \{a,b,c\} \to \{a,b,c\}^*$ כך ש- $h(a) = a$, $h(b) = b$ ו- $h(c) = a$. מהי $h^{-1}(L_1)$?

ב. (5 נק'). כעת נרצה לבצע חיתוך עם שפה רגולרית L_{reg} כך ש- $L_{reg} \cap h^{-1}(L_1) = \{a^n b c^n : n \geq 0\}$. מיהי L_{reg} ?

ג. (5 נק'). לבסוף נרצה להשתמש בהומומורפיזם נוסף $g: \{a,b,c\} \to \{0,1\}^*$ כך ש- $g\left(L_{reg} \cap h^{-1}(L_1)\right) = L_2$.
מיהי g ?

ד. (3 נק') בהסתמך על נכונות הסעיפים הקודמים, השלימו את ההוכחה כי L_1 אינה רגולרית.

תעודת זהות:

מספר מחברת:

שאלה 3 (20 נקודות).

אינני עונה על השאלה (תשובה ריקה) ☐ (5 נקודות)

הגדרה : שני גרפים לא מכוונים $G_1 = (V_1, E_1)$ ו $G_2 = (V_2, E_2)$ הם *isomorphic* (איזומורפיים),
אם קיימת פונקציה חח"ע ועל $f: V_1 \mapsto V_2$ כך ש $(u, v) \in E_1 \Leftrightarrow (f(u), f(v)) \in E_2$.
G_1 ו G_2 הם *k- isomorphic*, אם קיימות קבוצות $E'_1 \subseteq E_1$ ו $E'_2 \subseteq E_2$ בגדל k,
כך ש $G'_1 = (V_1, E'_1)$ ו $G'_2 = (V_2, E'_2)$ הם איזומורפיים.

יהי $Iso = \{ \langle G_1, G_2, k \rangle : G_1 \text{ and } G_2 \text{ are } k - isomprphic \}$. נראה כי Iso היא ב NPC.

א. (4 נק'). הוכח כי Iso היא ב NP.

ב. מצא שפה L עליה הראינו (בשיעור, תרגול או שיעורי הבית) שהיא ב NPC, והוכח כי $L \leq_p Iso$

1. (8 נק'). השפה והרדוקציה:

2. (8 נק'). הוכחת נכונות הרדוקציה:

תעודת זהות:

מספר מחברת:

שאלה 4 (20 נקודות).

אינני עונה על השאלה (תשובה ריקה) ☐ (5 נקודות)

תהי $L = \{\langle M_1, M_2 \rangle \ : \ L(M_1) \cap L(M_2) = \emptyset\}$

א. הוכח כי $L \notin \mathcal{RE}$ (15 נק'):

ב. (5 נק'). האם $L \in \text{co} - \mathcal{RE}$? נמק.

תעודת זהות:

מספר מחברת:

שאלה 5 (20 נקודות.

אינני עונה על השאלה (תשובה ריקה) ☐ (5 נקודות)

עבור כל אחת מהשפות הבאות, קבעו האם היא נמצאת ב- $\mathcal{R}$, ב- $\mathcal{RE} \setminus \mathcal{R}$ או שאינה ב- $\mathcal{RE}$. הוכיחו תשובתכם.

א. (6 נק'). $L_1 = \left\{\langle M\rangle : M \text{ is a TM and } L(M) \in \overline{\mathcal{RE}}\right\}$, כאשר $\overline{\mathcal{RE}} = \{L \subseteq \Sigma^\star : L \notin \mathcal{RE}\}$.

ב. (7 נק'). $L_2 = \left\{\langle M\rangle : M \text{ is a TM and } \overline{L(M)} \notin \mathcal{RE}\right\}$.

תעודת זהות:

מספר מחברת:

ג. (7 נק'). $L_2 = \{\langle D\rangle : D \text{ is a DFA and } \exists\, w \text{ s.t. } w \in L(D) \text{ and } w^R \in L(D)\}$.