

תעודת זהות:

מספר מחברת:

לשימוש משרדי:

	17	16	15

## מבחן מועד א' במודלים הישוביים, סמסטר א' 2010

בית הספר למדעי המחשב, אוניברסיטת תל-אביב

מרצים: פרופ' נחום דרשוביץ וד"ר יוליה קמפה

מתרגלים: אורי להב ויהונתן ברנט

10/2/10

### הוראות

1. מומלץ לקרא את כל ההנחיות והשאלות בתחילת המבחן, לפני תחילת כתיבת התשובות.
2. משך הבחינה – שלוש שעות. לא תינתן כל הארכה נוספת.
3. חומר עזר מותר: שני דפי פוליו (דו צדדיים) בלבד.
4. יש לענות על השאלות הפתוחות במקום המיועד לכך בטופס השאלון (טופס זה) ועל השאלות הסגורות בטופס התשובות. מחברות הבחינה לא ייקראו, וישמשו כטיטה בלבד.
5. יש למלא בכל דף של השאלון מספר ת.ז. ומספר מחברת.
6. יש למלא בטופס התשובות שם, מספר ת.ז. ומספר גרסה.
7. במבחן 3 שאלות "פתוחות" ו-14 שאלות "סגורות".
  - א. בנוגע לשאלות הפתוחות:
    - הניקוד לכל שאלה הינו 10 נקודות.
    - יש לענות על השאלות במקום המיועד לכך בטופס השאלון.
    - יש לענות תשובות ברורות ותמציתיות. תשובות מסורבלות יגררו הורדת נקודות.
    - סימון תשובה נכונה ללא כל הסבר יזכה ב-3 נקודות. סימון תשובה נכונה עם הסבר שגוי יזכה ב-0 נקודות.
  - ב. בנוגע לשאלות הסגורות:
    - לכל שאלה יש לסמן תשובה אחת בדף התשובות המצורף.
    - יש לזכור למלא שם, ת.ז. ומספר גרסה בדף התשובות המצורף.
    - הניקוד לכל שאלה הינו 5 נקודות. תשובה שגויה לא תזכה לנקודות.
8. מותר להשתמש בכל טענה שהוכחה בכיתה (בהרצאה, בתרגול, או בתרגיל בית) בתנאי שמצטטים אותה במדויק. טענות אחרות (כאלה שהוכחו בספר, בהרצאות מהסמסטר הקודם, וכו') יש להוכיח.
9. לטופס המבחן מצורף דף לשאלות הסטודנטים. יש לכתוב שאלות שמתעוררות במהלך הבחינה בדף זה ולהעביר לסגל הקורס. שאלות ענייניות תיענינה על ידי סגל הקורס בפני כל הנבחים.

**מהצחה!**

מספר הגרסה שלך הוא: 1

סמן זאת כרגע בדף התשובות!

**שאלה 1**

תהא L שפה כלשהי.

נסמן ב-a את מספר מחלקות השקילות של היחס  $\sim_L$ .

נסמן ב-b את מספר מחלקות השקילות של היחס  $\sim_{Reverse(L)}$ .

(Reverse(L) = { w<sup>R</sup> ∈ L | w ∈ L }, שלמדנו, פעולה שלמדנו, פעולה שלמדנו, פעולה שלמדנו)

- א. בהכרח a+b=∞.
- ב. אם a סופי אז גם b סופי.
- ג. תמיד a=b (הניחו: ∞ = ∞).
- ד. תשובות ב' ו-ג' נכונות.

**שאלה 2**

בעיית ההכרעה 2SAT<sub>XOR</sub> היא הבעיה הבאה:

**קלט:** נוסחה המורכבת מקוניונקטים (ביניהם  $\wedge$ ). בכל קוניונקט בדיוק שני ליטרלים שביניהם XOR.  
**שאלה:** האם קיימת הצבה מספקת לנוסחה?

למשל: עבור הקלט  $(x_1 \text{ XOR } x_2) \wedge (\neg x_1 \text{ XOR } \neg x_2)$  התשובה היא 'כן', הצבה מספקת תקבע  $x_1=T, x_2=F$ .

2SAT<sub>XOR</sub> שייכת למחלקה (הנח ש-P ≠ NP):

- א. P
- ב. NP \ P
- ג. coNP \ P
- ד. אף אחת מהנ"ל

**שאלה 3**

CH(x) היא פונקציה מקבוצת הקידודים של מ"ט המוגדרת כלהלן:

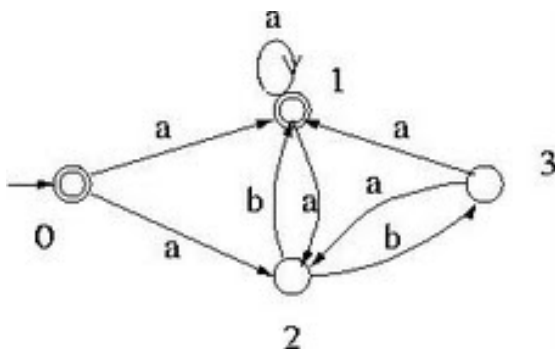
$$CH(\langle M \rangle) = \begin{cases} \varepsilon & \text{אם } M \text{ עוצרת על } \varepsilon \\ \varepsilon & \text{ההיסטוריה החישובית של } M \text{ על } \varepsilon \\ \text{אחרת} & \end{cases}$$

לאיזה מהמחלקות הבאות שייכת השפה { < M, CH(<M>) > | M is a TM }?

- א. R
- ב. RE \ R
- ג. coRE \ R
- ד. אף אחת מהתשובות א'-ג' אינה נכונה.

**שאלה 4**

להלן NFA.



מה מספר המצבים של ה-DFA השלם הקטן ביותר שמזהה את אותה השפה?

(DFA שלם הוא DFA עם פונקציות מעברים מלאה, כלומר יש חץ עבור כל אות מכל אחד מהמצבים)

- א. 2
- ב. 3
- ג. 4
- ד. 16

**שאלה 5**

מה מהבאים אינו נכון?

- א. { a<sup>m</sup>b<sup>2n</sup> | m>0, n>0 } היא שפה רגולרית.
- ב. כל תת קבוצה סופית של { ww | w ∈ {a,b}\* } היא רגולרית.
- ג. אין תת קבוצה אינסופית של { ww | w ∈ {a,b}\* } שהיא רגולרית.
- ד. אין תת קבוצה אינסופית של { a<sup>n</sup>b<sup>n</sup> | n > 0 } שהיא רגולרית.

**שאלה 6**

יהי  $c > 1$  מספר שלם. להלן 3 בעיות הכרעה:

**קלט:** מ"ט M.

**שאלה:** האם נכון שלכל קלט x, M לא עוברת את המקום ה-  $|x| + c$  כאשר היא רצה על x?

**קלט:** מ"ט M.

**שאלה:** האם נכון שלכל קלט x, M לא עוברת את המקום ה-  $\max\{|x| - c, 1\}$  כאשר היא רצה על x?

**קלט:** מ"ט M.

**שאלה:** האם נכון שלכל קלט x, M לא עוברת את המקום ה-  $\lceil (|x| + 1)/c \rceil$  כאשר היא רצה על x?

(ספירת המקומות בסרט מתחילה ב-1)

מספר בעיות ההכרעה הכריעות מתוך שלוש הבעיות הללו הוא:

- א. 0      ב. 1      ג. 2      ד. 3

**שאלה 7**

נגיד פעולה על שפות:

$$\text{MAX}(L) = \{w \in L \mid L \text{ תחילית אמיתית ב-} w\}$$

(תחילית אמיתית (proper prefix) של מילה w היא תחילית של w שאינה כל w)

**טענה 1:** מחלקת השפות הרגולריות סגורה תחת MAX.

**טענה 2:** מחלקת השפות חסרות ההקשר סגורה תחת MAX.

- א. טענה 1 נכונה וטענה 2 לא נכונה.      ג. שתי הטענות נכונות.  
 ב. טענה 2 נכונה וטענה 1 לא נכונה.      ד. שתי הטענות אינן נכונות.

**שאלה 8**

להלן 3 טענות:

1. לכל  $A, B \in P$  שאינן טריוויאליות מתקיים  $A \leq_p B$ .
2. לכל  $A, B \in NP$  שאינן טריוויאליות מתקיים  $A \leq_p B$ .
3. לכל  $A, B \in NPC$  שאינן טריוויאליות מתקיים  $A \leq_p B$ .

(תזכורת: שפה טריוויאלית היא השפה הריקה ( $\emptyset$ ) או השפה המלאה ( $\Sigma^*$ ))

- א. שלוש הטענות נכונות.      ג. שתי טענות נכונות ואחת נכונה אם  $P=NP$ .  
 ב. טענה אחת בדיוק נכונה.      ד. אף אחת מהתשובות אינה נכונה.

**שאלה 9**

תהא  $f : N \rightarrow N$  פונקציה לא חשיבה וחסומה (כלומר קיים  $c \in N$  כך ש-  $(\forall n) f(n) < c$ ).  
 נסמן  $L = \{ (x, f(x)) \mid x \in N \}$  (הנח שהמספרים ניתנים בקידוד בינארי).

- א.  $L \in RE$       ג. יש פונקציה f כזו עבורה  $L \in RE$  ויש פונקציה f כזו עבורה  $L \notin RE$ .  
 ב.  $L \in coRE$       ד. אף אחת מהתשובות א'-ג' אינה נכונה.

**שאלה 10**

נסמן  $\Sigma = \{0,1\}$ . מה מהבאים אינו נכון?

- א. קיימת שפה רגולרית אינסופית שכל תת קבוצה שלה היא שפה רגולרית.  
 ב. קבוצת המחרוזות מעל  $\Sigma$  שבהם מספר המופעים של 0 הוא בדיוק פעמיים מספר המופעים של 1 הינה שפה חסרת הקשר.  
 ג. לכל שפה רגולרית L מעל  $\Sigma$ , השפה המורכבת מהמילים  $u \in \Sigma^*$  שעבורן קיים  $v \in \Sigma^*$  כך ש-  $uv \in L$  היא גם שפה רגולרית.  
 ד. לכל שפה רגולרית L, שפת כל המילים ב-L שהן באורך אי זוגי היא גם שפה רגולרית.

**שאלה 11**

3DFA היא מכונת טיורינג בעלת סרט קלט **לקריאה בלבד** ו-3 ראשים קוראים. בכל צעד פונקצית המעברים קובעת לאיזה מצב לעבור ולאיזה כיוון להניע כל אחד משלושת הראשים, בהתאם למצב הנוכחי ולשלושת התווים אותם קוראים שלושת הראשים. בתחילתו ובסופו של הקלט מוסיפים תו חדש \$ והראשים הקוראים לא יכולים לעבור גבולות אלו. אם אחד הראשים הקוראים מנסה לנוע אל מעבר לגבולות התחומים ע"י ה-\$ים, הוא נשאר באותו המקום.

הבעיה  $A_{3DFA}$  היא בעיית הקבלה עבור 3DFA, כלומר:

**קלט:** A 3DFA וקלט עבורו w.

**שאלה:** האם A מקבלת את w?

$A_{3DFA}$  שייכת למחלקה (הנח ש-  $P \neq NP$ ):

- א. P
- ב.  $R \setminus P$
- ג.  $RE \setminus R$
- ד. אף אחת מהנ"ל

**שאלה 12**

מגדירים קבוצה של מ"ט:  $TM_{6,3} = \{M \mid M \text{ is a TM with 6 states and 3 tape symbols}\}$

(ב-6 המצבים נכללים המצבים  $q_a$  ו- $q_r$  כך שיש בדיוק 4 נוספים, ב-3 תווי הסרט נכלל "רווח")

**טענה 1:** לכל  $i \geq 1$  קיימת  $M \in TM_{6,3}$  שריצתה על  $\varepsilon$  מסתיימת במקום ה-i על הסרט.  
**טענה 2:** לכל  $i \geq 1$  קיימת  $M \in TM_{6,3}$  וקיים w כך שריצת M על w מסתיימת במקום ה-i על הסרט.

- א. טענה 1 נכונה וטענה 2 לא נכונה.
- ב. טענה 2 נכונה וטענה 1 לא נכונה.
- ג. שתי הטענות נכונות.
- ד. שתי הטענות אינן נכונות.

**שאלה 13**

בעיית ההכרעה  $SAT_{3DNF}$  היא הבעיה הבאה:

**קלט:** נוסחת 3DNF (מורכבת מדיסיונקטים שבהם  $\wedge$  של 3 ליטרלים, וביניהם  $\vee$ ).

**שאלה:** האם קיימת הצבה מספקת לנוסחה?

למשל: עבור הקלט  $(\neg x_4 \wedge x_2 \wedge x_2) \vee (x_1 \wedge x_3 \wedge x_5) \vee (\neg x_1 \wedge x_2 \wedge \neg x_3)$  התשובה היא 'כן'.  
 הבעיה IP (integer linear programming, אי שוויונות ליניאריים מעל השלמים) תוארה בשיעור.  
 מה מהבאים נכון (הנח ש-  $P \neq NP$ ) ?

- א.  $SAT_{3DNF} \leq_p IP$
- ב.  $IP \leq_p SAT_{3DNF}$
- ג. תשובות א' ו-ב' נכונות.
- ד. אף תשובה אינה נכונה.

**שאלה 14**

$L = \{ \langle M, w \rangle \mid M \text{ is a TM with fewer than 100 states, and } M \text{ halts on } w \}$

לאיזה מהמחלקות הבאות שייכת L :

- א. R
- ב.  $RE \setminus R$
- ג.  $coRE \setminus R$
- ד. אף אחת מהתשובות א'-ג' אינה נכונה.

תעודת זהות:

מספר מחברת:

**שאלה 15**

להלן בעיית ההכרעה PRINT\_BLANK:

קלט: מ"ט M.

שאלה: האם לכל קלט x, M לא כותבת "רווח" על הסרט כאשר היא רצה על x ?

(הבהרה: גם כתיבת "רווח" בתא בו היה כתוב כבר "רווח" נחשבת ככתיבת "רווח".)

האם בעיה זו כריעה?

תשובה (הקף):

לא	/	כן
----	---	----

הוכחה:

תעודת זהות:

מספר מחברת:

### שאלה 16

להלן בעיית ההכרעה SUBGRAPH\_ISOMORPHISM:

קלט: שני גרפים (לא מכוונים)  $G_1$  ו- $G_2$  (נתונים ע"י מטריצת שכנויות).

שאלה: האם  $G_2$  מכיל תת גרף איזומורפי ל- $G_1$  ?

תזכורות:

- א. תת גרף של גרף  $G$  – גרף שקודקודיו מהווים תת קבוצה של קודקודי  $G$ , והקשתות שלו הן כל הקשתות של  $G$  שמחברות בין קודקודים בתת קבוצה זו.
- ב. גרף  $G$  נקרא איזומורפי לגרף  $H$ , אם  $G$  מתקבל ע"י תמורה (פרמוטציה) של רשימת הקודקודים של  $H$ .

נכון/לא נכון:

אם יש פיתרון פולינומיאלי ל-SUBGRAPH\_ISOMORPHISM אז יש פיתרון פולינומיאלי ל-SAT.

(פיתרון פולינומיאלי = מ"ט שמכריעה את הבעיה בזמן פולינומיאלי ביחס לאורך הקלט)

תשובה (הקף):

נכון	/	לא נכון
------	---	---------

הוכחה:

תעודת זהות:

מספר מחברת:

**שאלה 17**

הוכח או הפרך: יש שפה חסרת הקשר ולא רגולרית מעל הא"ב  $\{1\}$ .

(מדובר בא"ב שמכיל תו יחיד 1)

רמז: נסה להראות ששפה כזו היא איחוד סופי של שפות מהצורה  $uv^*$  כאשר  $u, v \in \{1\}^*$  בעזרת למת הניפוח.

תשובה (הקף):

הטענה לא נכונה

/

הטענה נכונה

הוכחה:

דף לשאלות בזמן הבחינה

תעודת זהות:  
מספר מחברת:

אודות שאלה מספר: \_\_\_\_\_ גרסה: 1

---

---

---

---

תעודת זהות:  
מספר מחברת:

אודות שאלה מספר: \_\_\_\_\_ גרסה: 1

---

---

---

---

תעודת זהות:  
מספר מחברת:

אודות שאלה מספר: \_\_\_\_\_ גרסה: 1

---

---

---

---

תעודת זהות:  
מספר מחברת:

אודות שאלה מספר: \_\_\_\_\_ גרסה: 1

---

---

---

---