

סהב	ב2	א2	1

## מבחן מועד ב' במודלים חישוביים, סמסטר א'+ב' 2010-2011

בית הספר למדעי המחשב, אוניברסיטת תל-אביב

מרצים: פרופ' ישי מנצור, פרופ' נחום דרשוביץ, ד"ר אנה זמנסקי

מתרגלים: מריאנו שיין, אורי להב

06/09/11

### הוראות

1. מומלץ לקרא את כל ההנחיות והשאלות בתחילת המבחן, לפני תחילת כתיבת התשובות.
2. משך הבחינה – שלוש שעות. לא תינתן כל הארכה נוספת.
3. חומר עזר מותר: שני דפי פוליו (דו צדדיים) בלבד עם שם התלמיד/ה.
4. **יש לענות על השאלות הסגורות בטופס התשובות ועל השאלות הפתוחות במקום המיועד לכך בטופס השאלון (טופס זה).** מחברות הבחינה לא ייקראו, וישמשו כטיטה בלבד.
5. יש למלא בכל דף של השאלון מספר ת.ז. ומספר מחברת.  
יש למלא בטופס התשובות שם, מספר ת.ז. ומספר גרסה.
6. במבחן 10 שאלות סגורות ו-2 שאלות פתוחות.  
א. בנוגע לשאלות הסגורות:  
- הניקוד לכל שאלה הינו 6 נקודות. תשובה שגויה לא תזכה לנקודות.  
- לכל שאלה יש לסמן תשובה אחת בטופס התשובות המצורף.  
- יש לזכור למלא שם, ת.ז. ומספר גרסה בטופס התשובות המצורף.  
ב. בנוגע לשאלות הפתוחות:  
- הניקוד לכל שאלה הינו 20 נקודות (בשאלה 2, כל סעיף 10 נקודות).  
- יש לענות על השאלות במקום המיועד לכך בטופס השאלון.  
- יש לענות תשובות ברורות ענייניות ותמציתיות.
7. מותר להשתמש בכל טענה שהוכחה בכיתה (בהרצאה, בתרגול, או בתרגיל בית) בתנאי שמצטטים אותה במדויק. טענות אחרות (כאלה שהוכחו בספר, בהרצאות מהסמסטר הקודם, וכו') יש להוכיח.

**בהצלחה!**

**מספר הגרסה שלך הוא: 1**

**סמן זאת כרגע בטופס התשובות!**

## חלק א: שאלות סגורות

### שאלה 1

תהא  $L$  שפה אינסופית המכילה רק קידודים (סטנדרטיים) של מכונות טורינג שעוצרות על כל הקלטים.

- ייתכן ש- $L$  כריעה.
- ייתכן ש- $L$  כריעה למחצה, אך לא כריעה.
- שתי התשובות א' ו-ב' נכונות.
- שתי התשובות א' ו-ב' אינן נכונות.

### שאלה 2

נתונה בעיית הכרעה:

**קלט:** נוסחת 3CNF המכילה יותר מפסוקית אחת.

**שאלה:** האם ניתן לחלק את הנוסחא לשתי נוסחאות 3CNF ספיקות?

למשל, עבור הקלט  $(\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3) \wedge (x_1 \vee x_2 \vee x_3) \wedge (x_1 \vee \bar{x}_2 \vee x_3)$ , התשובה חיובית שכן ניתן לחלק  
נוסחא זו לשתי נוסחאות ספיקות: 1.  $(x_1 \vee \bar{x}_2 \vee x_3) \wedge (x_1 \vee x_2 \vee x_3)$ . 2.  $(\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3)$ .

בהינתן ש- $P \neq NP$ :

- הבעיה לא כריעה.
- הבעיה NP-שלמה.
- הבעיה ב-P.
- אף אחת מהתשובות א'-ג' אינה נכונה.

### שאלה 3

בשאלה זו נניח שמכונות טורינג מקודדות כמחרוזות בינאריות.

נתונות שתי שפות:

$$L_1 = L(0^*(10)^*11)$$

$$L_2 = \{ \langle M \rangle \mid M \text{ is a Turing machine that halts on all inputs from } L_1 \}$$

מה נכון לגבי השפה:  $\{ x \in \{0,1\}^* \mid \text{there exists some } y \in L_2 \text{ such that } xy \in L_1 \}$  ?

- רגולרית.
- כריעה אבל לא רגולרית.
- כריעה למחצה, אבל לא כריעה.
- לא כריעה למחצה.

**שאלה 4**

נתונה בעיית הכרעה:

**קלט:** דקדוק חסר הקשר  $G$  ומילה  $w$

**שאלה:** האם קיימת מילה  $x$  באורך של  $w$  ששייכת ל- $L(G)$

- א. הבעיה לא כריעה.
- ב. הבעיה כריעה אבל לא ידוע אם היא ב-NP.
- ג. הבעיה ב-NP.
- ד. אף אחת מהתשובות א'-ג' אינה נכונה.

**שאלה 5**

**תזכורת:** לכל פונקציה  $f$  ומספר טבעי  $i, f^i$  היא ההרכבה של  $f$  עם עצמה  $i$  פעמים.

$f^0$  מוגדרת להיות פונקציית הזהות.

(פורמלית,  $(f^0(w)=w, \forall i>0 f^i(w)=f(f^{i-1}(w)))$ )

**תזכורת:** פונקציה חלקית  $f: \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$  נקראת חשיבה, אם קיימת מ"ט שעוצרת לכל קלט  $w$  בתחום של  $f$ , כאשר בסיום הריצה מופיע  $f(w)$  על הסרט.

**הגדרה:** שפה  $L$  מיוצרת ע"י פונקציה חלקית  $f: \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$  אם קיימת מחרוזת  $w$  כך ש-  $L = \{f^i(w) \mid i \in \mathbb{N}\}$

- א. כל שפה כריעה למחצה מיוצרת ע"י פונקציה חלקית חשיבה.
- ב. כל שפה שמיוצרת ע"י פונקציה חלקית חשיבה היא כריעה למחצה.
- ג. שתי התשובות א'-ב' נכונות.
- ד. אף אחת מהתשובות א'-ג' אינה נכונה.

**שאלה 6**

עבור  $\Sigma = \{a, b, c, d\}$  נתון ביטוי רגולרי  $R = ((a^* \cup f \cup e^*)^* b^*)^*$

מספר המצבים המינימלי של DFA שמקבל את  $L(R)$  הוא:

- א. 1
- ב. 2
- ג. 3
- ד. 4 או יותר

**שאלה 7**

עבור מילה  $w$  ומספר שלם  $|w| \leq 1$ , נסמן ב- $w_i$  את התו ה- $i$  של  $w$ , כאשר התו הראשון של  $w$  מסומן ב- $w_1$ .

נתון הדקדוק  $G$  הבא:

$$S \rightarrow 0S1 \mid 1S0 \mid \varepsilon$$

- א.  $L(G) = \{xy : x, y \in \{0,1\}^*, |x| = |y| = n, x_i = y_i\}$
- ב.  $L(G) = \{xy : x, y \in \{0,1\}^*, |x| = |y| = n, x_i = 1 - y_i\}$
- ג.  $L(G) = \{xy : x, y \in \{0,1\}^*, |x| = |y| = n, x_i = y_{n-i+1}\}$
- ד.  $L(G) = \{xy : x, y \in \{0,1\}^*, |x| = |y| = n, x_i = 1 - y_{n-i+1}\}$

### שאלה 8

אוטומט HM הוא אוטומט אי-דטרמיניסטי שעבורו נכון שלכל מצב  $q$  ומילה  $w$  מתקיים ש-  $\delta(q,w) \neq q$ .

**תזכורת:**  $\delta(q,w)$  היא קבוצת המצבים ב- $Q$  אליהם ניתן להגיע מהמצב  $q$  תוך קריאת  $w$ .

$L$  היא שפה שמתקבלת ע"י איזשהו אוטומט HM. מהי המחלקה הקטנה ביותר אליה שייכת  $L$ ?

- א. שפות רגולריות
- ב. שפות סופיות
- ג. שפות אינסופיות ורגולריות
- ד.  $L$  היא בהכרח השפה הריקה

### שאלה 9

נתונות שפות  $A$  ו- $B$  כך שיש רדוקציית מיפוי מ- $A$  ל- $B$ , כלומר  $A \leq_m B$ .

- א. אם  $B$  רגולרית אזי  $A$  רגולרית.
- ב. אם  $B$  חסרת הקשר אזי  $A$  חסרת הקשר.
- ג. אם  $A$  כריעה אזי  $B$  כריעה.
- ד. אף אחת מהתשובות א'-ג' אינה נכונה.

### שאלה 10

$L_1$  ו- $L_2$  הן שתי שפות ב- $RE$  שאינן ב- $R$ .

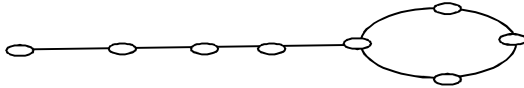
מה מהבאים ייתכן?

- א.  $L_1 \cup L_2 \in R$  וגם  $L_1 \cap L_2 \in R$ .
- ב.  $L_1 \cup L_2 \notin RE$  או  $L_1 \cap L_2 \notin RE$ .
- ג. שתי התשובות א'-ב' ייתכנו.
- ד. אף אחת מהתשובות א'-ג' אינה נכונה.

## חלק ב: שאלות פתוחות

### שאלה 1

בהינתן גרף (לא מכוון), נגדיר מבנה של "k-key" כמסלול המכיל k צמתים שמחובר למעגל פשוט המכיל k צמתים. לדוגמא, הנה 4-key :



(מעגל פשוט הוא מעגל בו אין חזרה על צמתים)

בעיית ה k-key

קלט: גרף (לא מכוון) G ומספר k

שאלה: האם G מכיל k-key?

הראה שהבעיה k-key היא NP-שלמה.

רדוקציה מבעיה: \_\_\_\_\_

הרדוקציה:

קלט: \_\_\_\_\_

פלט: \_\_\_\_\_

חישוב הפלט מהקלט:

---

---

---

---

---

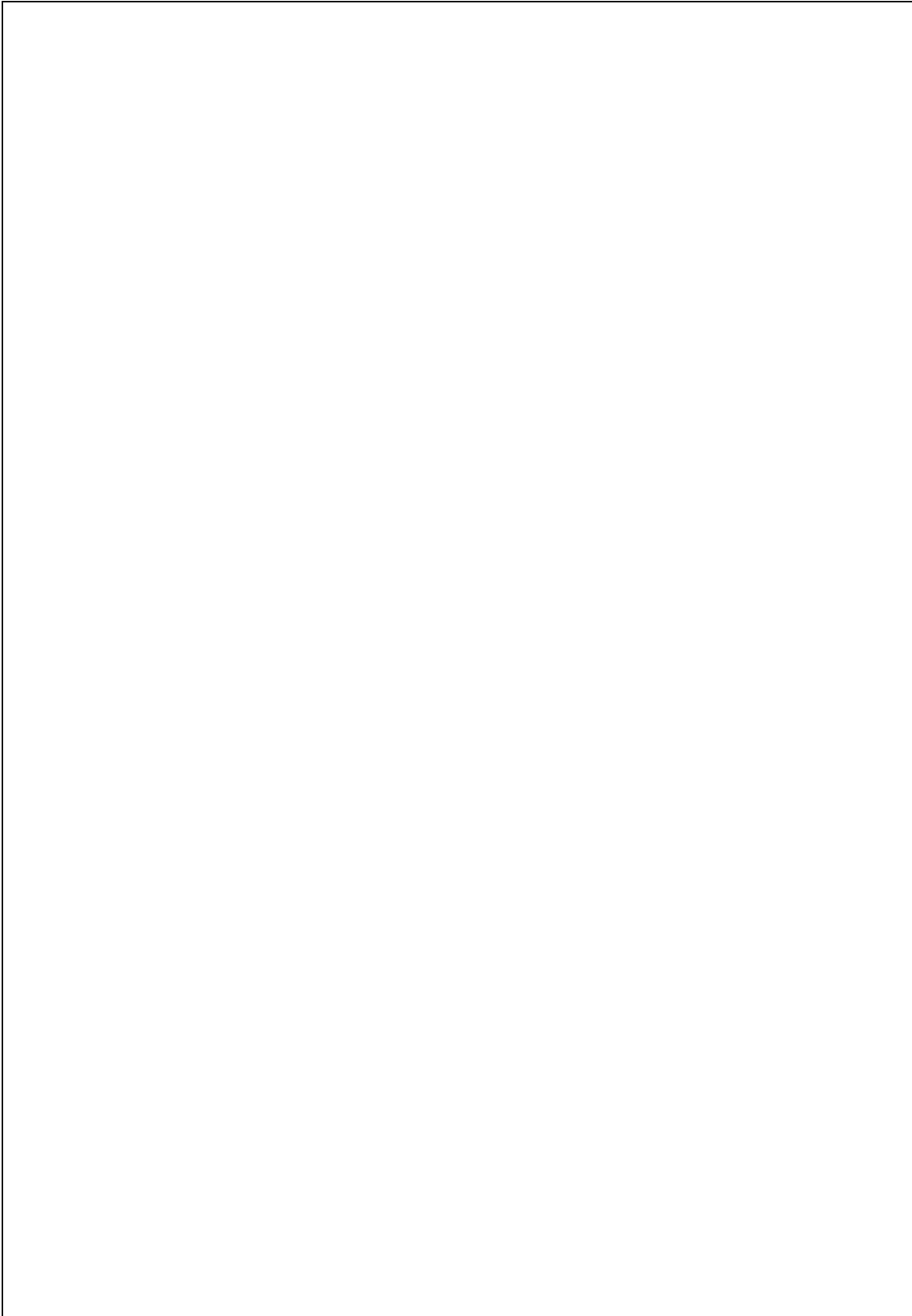
---

---

תעודת זהות:

מספר מחברת:

הוכחה:



תעודת זהות:

מספר מחברת:

## שאלה 2

הי  $L$  השפה שמכילה שלשות  $\langle M, x, y \rangle$  כך ש- $M$  היא קידוד (סטנדרטי) של מכונת טורינג,  $x$  ו- $y$  קלטים של  $M$ , ו- $M$  מקבלת את  $x$  ואת  $y$ , או ש- $M$  לא מקבלת את  $x$  ולא מקבלת את  $y$ . כלומר:

$$L = \{ \langle M, x, y \rangle \mid M \text{ accepts both } x \text{ and } y \} \cup \{ \langle M, x, y \rangle \mid M \text{ accepts neither } x \text{ nor } y \}$$

### סעיף א

נתונה בעיית הכרעה:

**קלט:** מ"ט  $M$

**שאלה:** האם קיימים  $x$  ו- $y$  כך ש- $\langle M, x, y \rangle \in L$ ? נמצא ב- $L$ ?

מה המחלקה הקטנה ביותר אליה שייכת בעיה זו?

א.  $P$

ב.  $R$

ג.  $RE$

ד. מחוץ ל- $RE$

### הסבר

תעודת זהות:

מספר מחברת:

**סעיף ב**

נתונה בעיית הכרעה:

**קלט:** מ"ט  $M$

**שאלה:** האם קיימים  $x$  ו- $y$  כך ש- $\langle M, x, y \rangle$  לא נמצא ב- $L$ ?

מה המחלקה הקטנה ביותר אליה שייכת בעיה זו?

א.  $P$

ב.  $R$

ג.  $RE$

ד. מחוץ ל- $RE$

**הסבר**

